# Politechnika Łódzka

*Prof. dr hab. Wojciech Kryszewski*
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej

Łódź, 21 czerwca 2019 r.

**Recenzja w postępowaniu**
**o nadanie stopnia doktora habilitowanego**
**panu dr. Zbigniewowi Leśniakowi**

Poniższa recenzja w postępowaniu o nadanie stopnia doktora habilitowanego doktorowi Zbigniewowi Leśniakowi sporządzona została na podstawie przedstawionej dokumentacji, w skład której, obok dokumentów o charakterze formalnym, wchodzi autoreferat, cykl 6 prac tworzących osiągnięcie naukowe pod tytułem *Potoki homeomorfizmów Brouwera – postać, równoważność i sprzężenie topologiczne*, zestaw 27 pozostałych publikacji, a także szczegółowy wykaz osiągnięć w pracy zawodowej. Podczas oceny dorobku dra Leśniaka opieram się na kryteriach wynikających z art. 16 Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, Rozporządzenia MNiSzW z dnia 1 września 2011 r. w sprawie kryteriów oceny osiągnięć osoby ubiegającej się o nadanie stopnia doktora habilitowanego, a także komentarzy Centralnej Komisji ds. Stopni i Tytułów. W pierwszej części niniejszej recenzji zawarta jest ocena ww. osiągnięcia naukowego, w drugiej – ocena pozostałego dorobku naukowego oraz opinia o aktywności naukowej, dorobku organizacyjnym, dydaktycznym i popularyzatorskim oraz we współpracy międzynarodowej. Recenzję kończy podsumowanie i konkluzja.

## Część I

Przedmiotem oceny jest osiągnięcie naukowe dra Leśniaka, które nazywam też rozprawą i które stanowi cykl sześciu publikacji opublikowanych w ciągu ostatnich 10 lat lat, zebranych pod tytułem *Potoki homeomorfizmów Brouwera – postać, równoważność i sprzężenie topologiczne*. Prace te opublikowano w Abstr. Appl. Anal. (praca [A1]), Publ. Math. Debrecen (praca [A2]), J. Math. Anal. Appl. (praca [A3]), J. Difference Eq. Appl. (prace [A4], [A5]) oraz *online* w Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (praca [A6]), a zatem w międzynarodowych czasopismach matematycznych z listy JCR o dość wysokim Impact Factor ([1]). Warto podkreślić, że wszystkie

[1]Podczas omawiania działalności naukowej dra Leśniaka posługiwać się będę numeracją publikacji z listy umieszczonej w Autoreferacie na str. 3 – 5.

ww. prace mają jednego autora, co dziś – szczególnie w dobie powszechnej współpracy – jest raczej rzadko spotykane. Analiza cytowań (w bazach Web of Science i MathSciNet) wskazuje, że prace [A1] – [A5] były cytowane (bez autocytowań) tylko 6 razy, mimo, że połowę z tych prac opublikowano kilka lat temu; praca [A6] – jako zupełnie nowa – nie była jeszcze cytowana. Należy dodać, że 3 spośród wspomnianych cytowań mają charakter *stricte* enumeratywny (tzn. są jedynie wymienione w spisie literatury), a pozostałe trzy są zdawkowe i pochodzą z pracy przeglądowej M. Zduna i P. Solarza, a więc współpracowników dra Leśniaka z tej samej uczelni. Trudno więc uznać, że dorobek umieszczony w osiągnięciu naukowym dra Leśnika został dostrzeżony i doceniony przez innych badaczy.

**Omówienie zawartości rozprawy:** Znajdujący się w przedstawionej dokumentacji autoreferat ma charakter dość szczegółowego opracowania monograficznego, w którym autor omawia problematykę swej rozprawy, terminologię i podstawowe wyniki. Opracowanie to stanowi dobrą pomoc podczas lektury prac wchodzących w skład rozprawy. Rozprawa dotyczy *dwuwymiarowej dynamiki*, a konkretnie *homeomorfizmów Brouwera*, tzn. zachowujących orientację homeomorfizmów płaszczyzny bez punktów stałych. Tematyka ta jest częścią tzw. *dynamiki topologicznej*, a zatem badań dyskretnych i ciągłych potoków określonych na przestrzeniach topologicznych, ich struktury, własności jakościowych, asymptotyki itp. W przypadku recenzowanej rozprawy mowa przede wszystkim o *potokach Brouwera*, tzn. potokach postaci $\{f^t : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}\}$, gdzie $f^1 = f$ jest homeomorfizmem Brouwera (można łatwo pokazać, że wówczas $f^t$ jest takim homeomorfizmem dla dowolnego $t \in \mathbb{R}$); w takiej sytuacji mówi się też, że homeomorfizm $f$ jest *włożony* w potok $\{f^t\}$. Problematyka rozprawy jest interesująca, dobrze zakorzeniona w badaniach prowadzonych na świecie i leży w kręgu zainteresowań kilku wybitnych matematyków np. P. Le Calveza, J. Franksa, F. Le Roux i innych. Jednocześnie – jak można dostrzec – dr Leśniak znalazł w tej tematyce pewną odosobnioną przestrzeń, „niszę", z opisu i badania której uczynił swój wieloletni program badawczy.

W teorii Brouwera punktem wyjścia jest słynne twierdzenie translacyjne o złożonym dowodzie, orzekające (w jednej z równoważnych wersji) że jeśli $f$ jest homeomorfizmem Brouwera, to każdy punkt $p \in \mathbb{R}^2$ należy do właściwie włożonej prostej $L$ (a zatem do obrazu $\mathbb{R}$ poprzez właściwe włożenie topologiczne ([2])), która rozdziela (w sensie Jordana) zbiory $f^{-1}(L)$ i $f(L)$; a równoważnie, że każdy punkt $p$ należy do obszaru niezmienniczego, w którym $f$ jest topologicznie sprzężony z translacją płaszczyzny $(x, y) \mapsto (x + 1, y)$. Twierdzenie to ma szereg interesujących i niekiedy nieoczekiwanych wniosków, a także otwiera wiele dróg badawczych. Jedną z nich, szczególnie wybraną przez dra Leśniaka, jest badanie własności homeomorfizmów Brouwera odzwierciedlonych poprzez wzajemne relacje między rozłącznymi liniami niezmienniczymi względem danego homeomorfizmu. Przykładowo orbity potoków Brouwera są takimi liniami. Z tego punktu widzenia homeomorfizmy Brouwera i potoki Brouwera stanowią dyskretny i odpowiednio ciągły topologiczny analogon planarnych pól wektorowych bez osobliwości i foliacji płaszczyzny poprzez ich trajektorie. Ta analogia jest – jak sądzę – bardzo głęboka, ale nie wiele wyjaśnia z racji na to, że wyniki gładkie nie zawsze mają „ciągłe" przełożenie i na odwrót. Widać, że problematyka rozprawy nie jest odległa od wielu kluczowych zagadnień teorii układów dynamicznych na rozmaitościach. Można żałować, że dr Leśniak w swych badaniach ograniczył się do dość wąskiego zakresu zagadnień stworzywszy „niszę" badawczą, do której poza nim niewielu zagląda.

[2] W dalszym ciągu będziemy mówić o *liniach* na płaszczyźnie.

W swej pracy dr Leśniak stosuje skutecznie kilka narzędzi, pojęć oraz pomysłów, z których trzeba wymienić pojęcie relacji *współzbieżności* (do nieskończonosci) punktów na płaszczyźnie względem homeomorfizmu Brouwera wprowadzone przez S. Andreę, pojęcia zbiorów $\alpha$- i $\omega$-granicznych, a także pokrewnych im *przedłużeń granicznych* oraz technikę-ideę W. Kaplana klasyfikacji wzajemnego położenia linii Brouwera. Poza tym autor zręcznie posługuje się aparatem topologii ogólnej. Poniżej omówię zawartość poszczególnych prac wchodzących w skład rozprawy: z racji na to, że wyniki są często techniczne i sformułowane przy użyciu niekiedy skomplikowanej terminologii i symboliki omówienie to będzie raczej ogólnikowe.

Przedmiotem zainteresowania w pracy [A1] są obszary *prostowalne* (lub paralelizowalne), tzn. takie, na których potok Brouwera $\{f^t\}$ jest topologicznie sprzężony (za pomocą lokalnego homeomorfizmu, zwanego w dalszym ciągu homeomorfizmem prostującym) z potokiem translacji. Dr Leśniak dowodzi tutaj, że brzeg obszaru prostowalnego jest niezmienniczy, a trajektorie tego potoku dla dowolnych trzech punktów leżących w brzegu są w pewnym sensie „splątane", tzn. każda z nich leży w pasie wyznaczonym przez dwie pozostałe. Pojawia się tu szereg innych dość ciekawych wyników dotyczących położenie i asymptotyki trajektorii punktów z wnętrza obszaru prostowalnego.

Praca [A2] dotyczy struktury potoków homeomorfizmów Brouwera i pokazuje, że można takie potoki „sklejać" za pomocą homeomorfizmów prostujących określonych na co najwyżej przeliczalnej liczbie obszarów prostowalnych. Ten wynik jest w jakimś sensie przewidywalny (z punktu widzenia ww. analogii ze wspomnianą wyżej teorią foliacji), lecz niewątpliwie ciekawy i technicznie bardzo skomplikowany. Tu również kwestie konstrukcyjne opierają się na starannej analizie położenie trajektorii.

W dobrze opublikowanej pracy [A3] dr Leśniak zajmuje się ciekawym problemem, leżącym na pograniczu teorii równań funkcyjnych, a mianowicie na istnieniu i metodach konstrukcji „pierwiastka iteracyjnego", tzn. takiego zachowującego orientację homeomorfizmu płaszczyzny $g$, że $g^n = f$, gdzie $f$ jest zadanym homeomorfizmem Brouwera. Odpowiedź na postawione pytanie pojawia się dzięki rezultatom z pracy [A2] i pomysłowej konstrukcji z użyciem potoku $\{f^t\}$, w który $f$ się wkłada.

W pracy [A4] dr Leśniak rozważa topologiczną równoważność dwóch potoków Brouwera $\{f^t\}$ oraz $\{g^t\}$ (a zatem, mówiąc z grubsza, homeomorfizmów zachowujących trajektorie obu potoków) i opisuje zależności miedzy zbiorami punktów regularnych, osobliwych tych potoków oraz ich obszarów prostowalnych.

Kolejna praca [A5] z rozprawy dra Leśniaka dotyczy badania linii niezmienniczych dla homeomorfizmu Brouwera, a także ich położenia względem klas abstrakcji wspomnianej wyżej relacji współzbieżności. Praca ta wyjaśnia zachowanie niezmienniczych (względem pewnego homeomorfizmu Brouwera) linii, ich „równoległości" lub splątania, w związku z ich położeniem w klasach abstrakcji.

W ostatniej pracy z cyklu, tj. [A6] autor zajmuje się warunkami dostatecznymi i koniecznymi na to, aby równoważne topologicznie potoki Brouwera były także topologicznie sprzężone. Główny rezultat jest uogólnieniem twierdzenia S. Andrei o topologicznej sprzężoności potoków Brouwera, które sa sprzężone z potokami translacji na przypadek, gdy zadane potoki tego warunku nie spełniają. Podane twierdzenie są bardzo techniczne, wykorzystują wyniki strukturalne z pracy [A2], a poszukiwany homomorfizm sprzęgający konstruowany jest indukcyjnie.

**Podsumowanie oceny wartości rozprawy:** Cykl publikacji wchodzących w skład osiągnięcie tworzą prace dość krótkie, ściśle ze sobą związane i w dużym stopniu „zazębiające się”. Autor stworzył swój nietrywialny aparat badawczy (o elementach którego wspominałem powyżej), którego konsekwentnie używa w celu realizacji określonego programu badawczego, niezbyt oglądając się za siebie i wokół siebie. Dla przykładu: w pracy [73] (ze spisu literatury w autoreferacie) Le Calvez, idąc tropem wspomnianej analogii z teorią foliacji, uogólnił twierdzenie translacyjne i udowodnił, że nie tylko przez każdy punkt $p \in \mathbb{R}^2$ przechodzi linia Brouwera, lecz istnieje foliacja składająca się z takich linii. Dziwne, że dr Leśniak podaje w literaturze tę pracę, ale nigdzie się do niej nie odnosi, a przecież takie „foliacyjne” podejście jest obecne we wszystkich jego pracach z cyklu habilitacyjnego. Powstała seria raczej „wsobnych” prac, w których autor powołuje się najczęściej na swoje własne wyniki i które – jak można sądzić – niestety nie wzbudzają dużego zainteresowania innych badaczy.

Nie ma wątpliwości, że przedstawione wyniki są poprawne, ich uzyskanie wymagało dobrze osadzonej wiedzy, opanowania szeregu nietrywialnych technik badawczych oraz kultury matematycznej. Trudno jest mi jednak orzec, że rozprawa dra Leśniaka stanowi znaczny wkład w rozwój reprezentowanej dyscypliny. Część przedstawionych wyników ma niemały walor estetyczny, a ich problematyka, o dużym stopniu ogólności (przyjmowane założenia są na ogół bardzo słabe), niesie wiele obiektywnych trudności i wiąże się ze złożonością rozumowań i konstrukcji. Dlatego też należy uznać, że dr Leśniak jest matematykiem ukształtowanym o dużym potencjale badawczym.

## Część II

W drugiej części recenzji omówię pozostały dorobek dra Leśniaka, a także inne aspekty jego działalności naukowej. W skład dorobku pozahabilitacyjnego wchodzi 27 prac opublikowanych na przestrzeni dwudziestu paru lat w różnych czasopismach. Jeśli uznać liczbę publikacji, jako miarę aktywności naukowej, to należy stwierdzić, że działalność dra Leśniaka ma sporą dynamikę. Nieco gorzej wygląda odbiór tych prac. Mianowicie według bazy Scopus (ostatnio często używanej) prace p. dra Leśniaka (łącznie z pracami z dorobku habilitacyjnego) cytowano 75 razy, co nie jest liczbą małą, lecz struktura tych cytowań nie wypada najlepiej: są to na ogół autocytowania, cytowania enumeratywne lub znajdujące się w opracowaniach przeglądowych wyliczających prace na dany temat. Nieco lepsze cytowania mają artykuły dotyczące szeroko rozumianej teorii równań funkcyjnych. Ta konstatacja ponownie świadczy o tym, że praca badawcza dra Leśnika przebiega w pewnej izolacji.

W omówieniu dorobku pozahabilitacyjnego posłużę się podziałem dokonanym przez dra Leśniaka w autoreferacie. Podzielił on tę część swego dorobku na kilka części: wyniki uzupełniające w teorii Brouwera, teoria funkcji, równania funkcyjne, równania różniczkowe i całkowe, a także teoria punktów stałych.

Niemała część prac spoza rozprawy dotyczy dalszych wyników w teorii homeomorfizmów i potoków Brouwera, są to prace [B5] - [B13], [B16], [B19]. Pojawiły się tutaj wyniki dotyczące pierwiastków iteracyjnych (podobnie jak w pracy [A3]), badania własności relacji współzbieżności i związków z geometrią trajektorii – w nawiązaniu do prac [A1] i [A5], badania maksymalnych obszarów prostowalnych, ze szczególnym uwzględnieniem potoków Reeba, a także rezultatów o zbiorach punktów regularnych i osobliwych dla potoków Brouwera. Na przykład zwróciłem uwagę na pracę [B6] i jej Theorem 1 z ładną charakteryzacją potoku Reeba, oraz Proposition 3.1

z pracy [B16] o regularności punktów trajektorii potoku Brouwera. Należy sądzić, że część prac tu wymienionych wchodziła do poprzednio przygotowanej rozprawy habilitacyjnej w przewodzie, który niestety nie zakończył się powodzeniem.

Kilka prac poświęconych jest zagadnieniom analizy nieliniowej: w pracy [B14] dr Leśniak zajął się równaniem d'Alemberta i podał dość interesującą metodę dowodu istnienia rozwiązań; w [B21] zbadano przybliżone rozwiązania pewnego równania całkowego typu Volterry, a w pracy [B15] zbadano istnienie wymiernych inwolucji płaszczyzny poprzez zastosowanie ciekawego pomysłu z pogranicza geometrii analitycznej i algebry. Praca [B17] dotyczy funkcji ciągłych i kawałkami monotonicznych i kryteriami ich topologicznej sprzężoności. W pracach [B26] i [B27] dr Leśniak wraz ze współpracownikami zajął się pewnymi twierdzeniami o punktach stałych i ich stabilnością w sensie Hyersa-Ulama; o ile rezultaty z pracy [B26] mają pewien walor estetyczny, to praca [B27] jest całkiem oderwana od matematycznej rzeczywistości i, zdaniem recenzującego, nie przedstawia dużej wartości.

Ogólnie mówiąc dorobek pozahabilitacyjny dra Leśniaka jest obszerny, lecz nie jednolity pod względem wartości i nie spotyka się raczej z uznaniem zewnętrznym. Należy jednak dostrzec i docenić różnorodność zainteresowań i szerokie spektrum technik badawczych stosowanych przez dra Leśniaka. Potwierdza to sformułowaną powyżej opinię o sprawności i potencjale dra Leśniaka jako matematyka.

**Omówienie pozostałych aspektów działalności:** Dr Z. Leśnik prowadzi dość ożywioną działalność około-naukową. Jest częstym uczestnikiem w konferencjach naukowych organizowanych w Polsce i zagranicą: w dokumentacji wymieniono ponad 60 konferencji, podczas których dr Leśniak każdorazowo wygłaszał referaty. Przejawia też niemałą aktywność organizacyjną: w kilkunastu konferencjach zaangażowany był pracę komitetów organizacyjnych. Odbył również kilka podróży zagranicznych i krajowych podczas, których wygłaszał wykłady i brał udział w seminariach.

Dr Leśniak nie uczestniczył w realizacji projektów badawczych finansowanych przez programy grantowe w Polsce lub zagranicą; nie brał w związku z tym udziału w sieciach lub konsorcjach badawczych, ani programach o charakterze dydaktycznym lub organizacyjnym. Natomiast brał wielokrotnie udział w działalności edytorskiej, jako recenzent dla kilkudziesięciu krajowych i międzynarodowych czasopism naukowych, pełnił też kilkakrotnie funkcję Guest Editora w wydawnictwach okolicznościowych; jest także członkiem (Associate Editor) w dwóch czasopismach: Advances Th. Nonl. Anal. Appl. oraz Advances in Microbiology Research (szczególnie udział w pracach tego drugiego czasopisma może nieco dziwić).

Za swoją pracę badawczą i organizacyjną dr Leśniak był kilkakrotnie nagradzany: otrzymywał nagrody za publikacje, nagrody rektorskie w macierzystej uczelni za pracę naukową, a także Medal Komisji Edukacji Narodowej za zasługi dydaktyczne.

Dr Leśniak jest bez wątpienia cennym członkiem społeczności akademickiej realizując obowiązki dydaktyczne (wykłady, seminaria, prowadzenie wielu prac dyplomowych i magisterskich), a także podejmując liczne obowiązki organizacyjne. Jest również promotorem pomocniczym w przewodzie doktorskim.

Podsumowując można stwierdzić, że osiągnięcia dra Leśniaka w sferze działalności naukowo-organizacyjnej i dydaktycznej, w tym w zakresie kształcenie młodej kadry są zadowalające.

## Podsumowanie recenzji

Biorąc pod uwagę opinie i oceny sformułowane powyżej chciałbym stwierdzić, że dorobek naukowy dra Zbigniewa Leśniaka zawarty w osiągnięciu naukowym przedłożonym w przewodzie o nadanie stopnia doktora habilitowanego jest pod względem ilościowym wystarczający. Dorobek naukowy poza zamieszczonym w osiągnięciu habilitacyjnym jest obszerny i dość różnorodny, a działalność organizacyjna i dydaktyczna nie budzi zastrzeżeń.

Wartość merytoryczna dorobku dra Leśniaka stoi na dobrym poziomie i pozwala na opinię o dużym potencjale autora. Niestety istotnym mankamentem tego dorobku jest mała rozpoznawalność, a co za tym idzie mała cytowalność i nieduży wpływ na badania innych. Można sądzić, że dr Leśniak pracuje w izolacji, a wyniki jego badań mają znaczenie tylko lokalne i nie wzbudzają szerokiego oddźwięku. Dlatego też najważniejsze kryterium istotnego wkładu w rozwój dyscypliny naukowej nie jest spełnione w stopniu zadowalającym.

W związku z tym z przykrością nie mogę niestety z przekonaniem poprzeć wniosku o nadanie panu doktorowi Zbigniewowi Leśniakowi stopnia doktora habilitowanego nauk matematycznych.

Wojciech Kryszewski