

Recenzja rozprawy doktorskiej

mgr Katarzyny Miś

pt. Uogólnione schematy i reguły wnioskowania w logice rozmytej

Promotor: prof. dr hab. Michał Baczyński

Niniejsza recenzja została napisana w odpowiedzi na pismo Dyrektora Instytutu Matematyki Wydziału Nauk Ścisłych i Technicznych Uniwersytetu Śląskiego, prof. dr hab. Katarzyny Horbacz, skierowane do mnie w wyniku decyzji Rady Naukowej Instytutu Matematyki z dnia 3. marca 2020 r., powołującej mnie na recenzenta rozprawy doktorskiej w przewodzie doktorskim mgr Katarzyny Miś.

1 Tematyka rozprawy

Niepewność, traktowana przed wiekami jako swego rodzaju ułomność, dzięki rozwojowi nauki znalazła przy należne jej miejsce w refleksji nad światem i zaczęła być postrzegana już nie tylko jako zło konieczne, ale jako szansa i wyzwanie. Oprócz wymiernych efektów o wymiarze praktycznym, owocem tej przemiany było narodzenie się i rozwój nowych dyscyplin i teorii, by wspomnieć teorię prawdopodobieństwa, statystykę, teorię Dempstera-Shafera, teorię zbiorów rozmytych, teorię zbiorów przybliżonych itd.

Jedną z form niepewności jest brak precyzji. Teoria zbiorów rozmytych oraz logika rozmyta, zapoczątkowane przez L.A. Zadeha, okazały się niezwykle interesującym systemem pojęciowym, pozwalającym na efektywnie modelowanie matematyczne nieprecyzyjnych obiektów i relacji oraz wnioskowanie w warunkach braku precyzji.

Recenzowana rozprawa jest poświęcona uogólnieniom czterech klasycznych schematów wnioskowania (*modus ponens*, *sylogizmu hipotetycznego*, *modus tollens* i *redukcji do absurdu*), które wzbogacone o rozmyte modelowanie nieprecyzyjności stają się regułami wnioskowania przybliżonego, o ciekawych własnościach teoretycznych i dużym potencjale aplikacyjnym.

2 Struktura rozprawy

Na liczącą 106 stron rozprawę składa się wstęp, osiem zasadniczych rozdziałów, zakończenie, spis oznaczeń oraz bibliografia zawierająca 46 pozycji. We wstępie Doktorantka przedstawiła pokrótce tematykę i cel rozprawy oraz streściła zawartość poszczególnych rozdziałów. W rozdziale 1 wprowadziła podstawowe pojęcia z zakresu struktur kratowych oraz spójników i relacji rozmytych. Rozdział drugi zawiera krótkie wprowadzenie do wnioskowania przybliżonego. Pokazano w nim również, w jaki sposób schematy wnioskowania można powiązać z nierównościami i równaniami funkcyjnymi, zarysowując w ten sposób metodę konstrukcji uogólnionych reguł wnioskowania, aplikowaną w kolejnych rozdziałach do konkretnych schematów.

I tak, w rozdział 3, dotyczącym sylogizmu hipotetycznego, Autorka bada rozwiązanie nierówności

$$T(I(x, z), I(z, y)) \leq I(x, y), \quad \text{dla } x, y, z \in [0, 1] \quad (\text{HS})$$

oraz następujących równań funkcyjnych

$$I(x, y) = \sup_{x \in [0, 1]} T(I(x, z), I(z, y)), \quad \text{dla } x, y \in [0, 1], \quad (\text{CRI-GHS})$$

$$I(x, y) = \inf_{x \in [0, 1]} J(T(x, z), T(z, y)), \quad \text{dla } x, y \in [0, 1], \quad (\text{BK-GHS})$$

dla ustalonej t-normy T (lub semikopuły bądź innego uogólnienia klasycznej koniunkcji) oraz implikacji rozmytych I, J , należących do wybranych rodzin (np. R -implikacji, (S, N) -implikacji, implikacji Yagera czy implikacji probabilistycznych).

Kolejne rozdziały, tj. 4, 5 i 6, zawierają rozważania podobne do przedstawionych w rozdziale 3, tyle że w odniesieniu do nierówności i równań funkcyjnych właściwych, odpowiednio, schematowi modus ponens, regule modus tollens i prawu redukcji do absurdu.

Rozdział 7 zawiera kilka uwag dotyczących innych niż rozważane wcześniej równań funkcyjnych, które można uzyskać dla różnych kombinacji reguł wnioskowania i relacji rozmytych. Natomiast w rozdziale ósmym Doktorantka uzupełniła wcześniejsze rozważania na temat wnioskowania przybliżonego o kilka uwag odnoszących się do agregacji oraz relacji podobieństwa.

3 Ocena rozprawy

Jak widać z przedstawionego opisu, głównym przedmiotem badań prowadzonych przez mgr Katarzynę Miś była analiza rozwiązań czterech nierówności oraz ośmiu równości funkcyjnych, skorelowanych z czterema schematami wnioskowania i wzbogaconymi o spójniki rozmyte. Warto podkreślić, że rozważane w rozprawie zagadnienia dotyczą ważnej i aktualnej tematyki, a rozprawa stanowi nie tylko udaną próbę uporządkowania stanu wiedzy, ale dostarcza wiele nowych interesujących wyników. Poniżej wypunktuję to, co można uznać za szczególnie istotny wkład własny Doktorantki w zakresie przedstawianej tematyki.

- 1) Najwięcej uwagi poświęcono sylogizmowi hipotetycznemu, a zwłaszcza równaniu (CRI-GHS), w którym T jest pewną t-normą, natomiast I implikacją rozmytą należącą do określonej klasy. W tym kontekście Doktorantka poszukiwała odpowiedzi na pytania, czy dla dowolnej takiej pary (T, I) spełnione jest równanie (CRI-GHS), bądź też jakie dodatkowe założenia odnośnie normy T są wymagane, by owe równanie było spełnione. Jako odpowiedź otrzymujemy szereg przykładów i twierdzeń, wśród których warto zwrócić szczególną uwagę na Twierdzenie 3.12, które okazuje się również przydatne w poszukiwaniu rozwiązań problemów poruszanych w dalszych rozdziałach, a dotyczących innych niż sylogizm hipotetyczny schematów wnioskowania.
- 2) Jakkolwiek t-normy są najczęściej stosowanymi uogólnieniami koniunkcji, Doktorantka w swych badaniach wykroczyła poza ów standard, rozważając i inne rozszerzenia. Przykładowo, w rozważaniach dotyczących nierówności (HS) oraz równania (BK-GHS) pojawiają się semikopuły.
- 3) Godne pochwały jest również to, że Doktorantka w swoich rozważaniach nie ograniczyła się wyłącznie do klasycznej reguły złożeniowej CRI Zadeha (ang. *Compositional Rule of Inference*), ale że zajęła się także mniej popularną regułą złożenia relacji rozmytych, zwaną iloczynem Bandlera-Kohouta.

Rozprawa doktorska mgr Katarzyny Miś nie jest, wolna od pewnych usterek i niedociągnięć, które wraz z uwagami o charakterze dyskusyjnym zamieszczam poniżej.

- a) We wstępie zabrakło jasnego postawienia hipotezy badawczej. Owszem, uczyniono to w sposób swój „rozmyty”, co jednak nie pozwala czytelnikowi nakreślić jednoznacznie zasadniczego celu badań i stwierdzić, czy ów cel - mimo mnogości wyników - został osiągnięty.
- b) Rozprawa zawiera imponującą liczbę twierdzeń, stwierdzeń, wniosków i przykładów. Czyta się ją jednak dość ciężko. Być może powodem tego jest sama tematyka, a może właśnie brak przewodniej myśli nadającej kierunek i dynamikę narracji.
- c) Doktorantka używając słowa „niepewność” redukuje ów termin do nieprecyzyjności (ma to miejsce już na pierwszej stronie wstępu). Nie jest to poprawne, gdyż termin ów jest wieloznaczny (może być rozumiany w sensie aleatorycznym, bądź epistemicznym itd.). Nawet jeśli w danej pracy Autorka ogranicza się do jednej, wybranej, perspektywy postrzegania niepewności, powinna dać temu wyraz zauważając szerszy kontekst. Warto w szczególności zdawać sobie sprawę, że uogólnienie klasycznych schematów wnioskowania tak, aby mogły być wykorzystywane w warunkach niepewności, nie musi koniecznie być powiązane z dopuszczeniem spójników rozmytych (por., np., Sanfilippo G. et al., *Generalized Probabilistic Modus Ponens*, 2017).

- d) Rozdział 2, poświęcony wnioskowaniu przybliżonemu, został potraktowany trochę po macoszemu. Zaczyna go coś w rodzaju wstępu, który – choć zajmuje dwie i pół strony – nie został nawet uwzględniony w spisie treści, co z kolei może sugerować, iż wnioskowanie przybliżone sprowadza się wyłącznie do równań funkcyjnych. Rzecz jasna, z punktu widzenia meritum rozprawy, równania te odgrywają znaczącą rolę, ale w kontekście całościowego potraktowania pracy jest to zabieg dalece niewystarczający. Jako czytelnik rozprawy oczekiwałbym w rozdziale zatytułowanym „Wnioskowanie przybliżone” choćby zarysu tytułowej tematyki ze wskazaniem jej specyfiki, metodologii, taksonomii oraz zasadniczych problemów i – dopiero na tym tle – umieszczenia rozważań prowadzonych w rozprawie.
- e) We wprowadzeniu do wnioskowania przybliżonego (str. 33) czytamy, iż „podstawowym terminem, na którym opiera się to wnioskowanie jest zmienna lingwistyczna (językowa)”, po czym Doktorantka dodaje – tytułem wyjaśnienia – że „nazwiemy tak zmienną, której wartości określamy opisując pewne wielkości, a nie podając dane liczbowe je charakteryzujące”. Niestety, nie jest to poprawna definicja zmiennej lingwistycznej w duchu Zadeha, którego pracę Doktorantka cytuje. Co więcej, sam fakt posługiwania się innymi danymi niż liczbowe nie oznacza, iż mamy do czynienia ze zmienną lingwistyczną.
- f) W tymże samym rozdziale 2 Doktorantka omawia pokrótce budowę rozmytego systemu wnioskowania, wspominając takie pojęcia jak baza danych, baza wiedzy czy aparat wnioskujący. Szkoda, że poprzestała w tym miejscu li tylko na wskazaniu intuicji, a nie pokusiła się o zdefiniowanie tych pojęć w sensie formalnym, wyjaśniając, co to za obiekty matematyczne.
- g) Nie do końca satysfakcjonuje mnie również rozdział 8, robiący wrażenie niepogłębionego zlepku tematów. Rozdział ów zaczyna się od nieuwzględnionych w spisie treści rozważań (mimo, iż zajmują trzy i pół strony) o modelach, w których występuje wiele reguł i o wynikającej stąd potrzebie agregacji. Następnie Doktorantka radykalnie zmienia tematykę narracji i przechodzi do wnioskowania, w którym konstrukcja reguł odwołuje się pojęcia podobieństwa. Tym samym rozdział robi wrażenie dołączonego nieco na siłę do rozprawy, która nie straciłaby pod względem walorów, gdyby został pominięty. Jednakże znalazł się w pracy, dotyczy interesującej problematyki (być może wartej osobnej dysertacji), ale pozostawia niedosyt.

A oto kilka uwag o charakterze redakcyjnym (pomijam przy tym ewidentne literówki oraz błędy interpunkcyjne):

- (i) Na stronie 18 znalazł się diagram, który nie został potraktowany w należyty sposób, tzn. nie został opatrzony numerem, jako rysunek, brak do niego jasnego odwołania w tekście oraz klarownego opisu.
- (ii) W tekście gdzieś pojawiają się niezręczności językowe. Z taką sytuacją mamy do czynienia np. w Definicji 1.63 (str. 31), gdy mowa o obrazie, podobrazie i nadobrazie zbioru. Zaczniemy od tego, że sam początek frazy „obrazem zbioru A przez relację rozmytą $R...$ ” jest niezbyt udany, gdyż powinien brzmieć raczej jako „obrazem zbioru A wyznaczonym przez relację rozmytą $R...$ ”. Ponadto, w dalszej części zdania pojawia się nieprawidłowa konstrukcja językowa „w oparciu o koniunkcję”. Innym błędem językowym spotykanym z rozprawie jest użycie frazy „przy pomocy” w miejscu, w którym powinno pojawić się „za pomocą” (np. na str. 39).
- (iii) Na stronie 5 oraz 35 zamieszczono cytaty z literatury anglojęzycznej w ich oryginalnym brzmieniu. Nie rozumiem dlaczego nie zostały one przetłumaczone na język polski, zwłaszcza że nie występuje w nich terminologia, której tłumaczenie sprawiałoby kłopot; nie niosą też one treści, co do których zachodziłaby obawa, iż zostałyby wypaczone na skutek niezbyt wiernego tłumaczenia.
- (iv) W niektórych miejscach przyjęto dalece niefortunne oznaczenia. Przykładowo, na str. 32 (i dalej) pojawiają się piętrowe oznaczenia relacji (np. R z daszkiem i umieszczoną nad nim literą), które rozbijają jednolitą strukturę redakcyjną tekstu. Z kolei na str. 33 Doktorantka proponuje nowe znaczenie dla literki „ L ”, jakby zapominając, że była już ona używana we wcześniejszych rozważaniach dotyczących krat. Z kolei na stronach 39, 40 i 41 w dziwny sposób umiejscowiono wyrażenia (C, I) , (T, I) itp.
- (v) Niezbyt udanym zabiegiem redakcyjnym jest odwoływanie się w Przykładzie 3.7 (str. 45) do Twierdzenia 3.18, które pojawia się w rozprawie dopiero na stronie 53.
- (vi) Na str. 47 napotykamy niefortunne sformułowanie: „tworzy zupełną, zupełnie rozdzielną kratę”.

- (vii) Mimo stosowania wielorakiego systemu oznaczania wzorów (numery i sekwencje literowe) niektóre spośród nich są wielokrotnie powtarzane. Przykładowo: nierówność (HS) wraz z towarzyszącym jej oznaczeniem pojawia się na stronie 7, 41 i 43. Podobne powtórzenia mają miejsce w przypadku i innych równań i nierówności.

4 Podsumowanie

Wspomniane uwagi, zarówno te o charakterze merytorycznym, jak i redakcyjnym, nie mają istotnego wpływu na ostateczną, pozytywną ocenę pracy i nie umniejszają faktu, że **rozprawa doktorska mgr Katarzyny Miś wnosi znaczący wkład w rozwój nauk matematycznych.**

Tym samym uznaję, iż przedłożona rozprawa spełnia wymagania zdefiniowane w artykule 13. Ustawy z dnia 14 maja 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, i wnoszę o dopuszczenie mgr Katarzyny Miś do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

