Dr hab. Kamil Kaleta
Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska

Wrocław, 09.04.2024

Recenzja w postępowaniu w sprawie nadania stopnia naukowego doktora habilitowanego dr Hannie Wojewódce-Ściążko

Dr Hanna Wojewódka-Ściążko jest absolwentką Uniwersytetu Gdańskiego. Tytuł magistra oraz stopień doktora nauk matematycznych uzyskała na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwerystetu Gdańskiego odpowiednio w latach 2011 oraz 2015. Jej rozprawa doktorska *Ergodyczne własności pewnych stochastycznych układów dynamicznych* została wyróżniona. Promotorem w przewodzie doktorskim był prof. dr hab. Tomasz Szarek.

Od roku 2016 habilitantka jest zatrudniona na stanowisku adiunkta w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach, a w latach 2019-2023 była także okresowo zatrudniona na stanowisku adiunkta w Instytucie Informatyki Teoretycznej i Stosowanej PAN w Gliwicach. Wcześniej, w latach 2013-2016, pracowała w Instytucie Fizyki Teoretycznej i Astrofizyki Uniwersytetu Gdańskiego, a dokładniej w Krajowym Centrum Informatyki Kwantowej w Gdańsku, na stanowiskach asystenta i adiunkta, oraz na Wydziale Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Gdańskiej na stanowisku wykładowcy. Ponadto, odbyła kilkumiesięczne zagraniczne staże naukowe na *Universiteit Leiden* oraz w *Institut Henri Poincaré* w Paryżu.

Dr Wojewódka-Ściążko była wielokrotnie nagradzana za swoje osiągnięcia naukowe. Jest m.in. laureatką bardzo prestiżowego *Stypendium im. Barbary Skargi* Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej, przyznawanego za badania wyrożniające się odważnym przekraczaniem granic pomiędzy rożnymi dziedzinami nauki, otwierające nowe perspektywy badawcze i tworzące nowe wartości w nauce.

Omówienie osiągnięcia naukowego

Habilitantka przedstawiła osiągnięcie naukowe *Opis ergodyczny pewnych klas niestacjonarnych procesów Markowa o wartościach w przestrzeniach polskich*, które zostało udokumentowane w postaci cyklu sześciu powiązanych tematycznie artykułów naukowych, oznaczonych w autoreferacie jako [H1]-[H6]. Prace te ukazały się w bardzo dobrych i dobrych czasopismach naukowych. Są to kolejno: *Colloquium Mathematicum*, *Stochastic Processes and their Applications*, *Mathematical Biosciences and Engineering*, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *Asymptotic Analysis* oraz *Israel Journal of Mathematics*. Współautorami są (w kolejności alfabetycznej): D. Czapla (4 prace), K. Czudek (1 praca), S.C. Hille (1 praca), K. Horbacz (4 prace), R. Kukulski (1 praca), T. Szarek (1 praca). Do dokumentacji zostały załączone stosowne oświadczenia, które określają indywidualny wkład habilitantki w powstanie każdej z tych prac i jednoznacznie wskazują, że był on bardzo znaczący.

Uzyskane wyniki dotyczą kilku różnych zagadnień. Omówię teraz najważniejsze rezultaty.

Pierwsza część osiągnięcia dotyczy **e-własności asymptotycznie stabilnych operatorów Markowa-Fellera** w przestrzeni funkcji ciągłych i ograniczonych $\mathcal{C}_b(S)$, gdzie (S, ρ) jest przestrzenią metryczną polską. Operator Markowa P (działający na przestrzeni skończonych miar borelowskich na S) nazwiemy operatorem Fellera, jeśli operator U dualny do P spełnia $U(\mathcal{C}_b(S)) \subset \mathcal{C}_b(S)$. Mówimy, że P ma *e-własność* w $\mathcal{C}_b(S)$ w punkcie $x_0 \in S$, jeśli dla każdej funkcji $f \in \mathcal{C}_b(S)$ zachodzi następująca własność jednakowej ciągłości w punkcie x_0:

$$\lim_{x \to x_0} \sup_{n \in \mathbb{N}} |U^n f(x) - U^n f(x_0)| = 0.$$

Główny rezultat pracy [H1] (wspólnej z R. Kukulskim), sformułowany jako twierdzenie 3.1, orzeka, że asymptotycznie stabilny operator Markowa-Fellera ma e-własność wszędzie poza zbiorem pierwszej kategorii. Drugi główny wynik tej pracy, twierdzenie 3.5, mówi że jeśli asymptotycznie stabilny operator Markowa-Fellera ma e-własność przynajmniej w jednym punkcie z nośnika swojej niezmienniczej miary probabilistycznej, to ma tę własność w każdym punkcie S. Twierdzenia te zostały także uzupełnione o przykłady 4.1 i 4.2, w których skonstruowano asymptotycznie stabilne operatory Markowa-Fellera, takie że zbiór punktów, w których nie zachodzi e-własność, jest odpowiednio gęsty i nieprzeliczalny. Uważam te rezultaty za bardzo ciekawe i twórcze. Jak wynika ze spisu literatury w pracy [H1] oraz w autoreferacie, wpisują się one w dość aktywną tematykę badawczą. Trzeba tutaj wspomnieć o pracy S.C. Hillego, T. Szarka oraz M. Ziemlańskiej, niewątpliwie stanowiącej inspirację dla rozważań w [H1], w której wykazano, że jeśli wnętrzne nośnika jedynej niezmienniczej miary probabilistycznej asymptotycznie stabilnego operatora Markowa-Fellera jest niepuste, to operator ten ma e-własność w każdym punkcie S [HSZ17, twierdzenie 2.3].[1] Autorzy tej pracy podają także przykłady, które pokazują, że sama asymptotyczna stabilność nie implikuje e-własności. Co ciekawe, jednym z bezpośrednich impulsów do podjęcia tych badań była chęć usunięcia luki w jednym z klasycznych rezultatów Meyna i Tweediego, pochodzących ze znanej monografii *Markov Chains and Stochastic Stability*. Twierdzenia uzyskane w pracy [H1] bezpośrednio implikują wynik Hillego, Szarka i Ziemlańskiej, i doskonale wpisują się w nurt badań nad tymi zagadnieniami. Chciałbym jednak podkreślić, że w moim odczuciu są to wyniki nieoczywiste, które rzucają nowe światło na e-własność (w odniesieniu do asymptotycznej stabilności) operatorów Markowa-Fellera w przestrzeniach metrycznych polskich i rozszerzają wiedzę w tej tematyce.

Dowód twierdzenia 3.1 wykorzystuje dość ogólne narzędzia z topologii metrycznej i analizy funkcjonalnej, i jest niezwykle przejrzysty. Pierwszy kluczowy krok polega na konstrukcji pewnej rodziny zbiorów otwartych i gęstych, takich że rodzina funkcji $x \mapsto P^n\delta_x$, $n \in \mathbb{N}$, jest jednakowo ciągła (w normie Forteta-Mouriera) na przekroju tych zbiorów. Drugi ważny krok, to wykazanie, że e-własność w ustalonym punkcie w pewnym podzbiorze zbioru $\mathcal{L}_b(S)$ wszystkich funkcji lipschitzowskich i ograniczonych pociąga tę samą własność w $\mathcal{C}_b(S)$ (lematy 3.3 i 3.4). Dowód twierdzenia 3.5 opiera się na pomysłowej i nietrywialnej modyfikacji dowodu zacytowanego powyżej rezultatu z pracy [HSZ17]. Te rozumowania bardzo mi się podobają.

Przedostatni akapit na stronie 26 autoreferatu zawiera uwagę, że wspomniany lemat 3.4 pozwala uogólnić [HSZ17, twierdzenie 2.3] do twierdzenia dotyczącego e-własności w klasie $\mathcal{C}_b(S)$. Rzeczywiście, pierwotne sformułowanie tego rezultatu dotyczy formalnie e-własności w klasie $\mathcal{L}_b(S)$, ale na pierwszy rzut oka wydaje się, że sam dowód dotyczy funkcji z $\mathcal{C}_b(S)$. (?)

Druga część osiągnięcia naukowego, obejmująca prace [H2] i [H3] (wspólne odpowiednio z D. Czaplą i K. Horbacz oraz z D. Czaplą, S.C. Hille i K. Horbacz), dotyczy **własności ergodycznych pewnych kawałkami deterministycznych procesów Markowa** (poniżej będę używał akronimu PDMP powszechnego w literaturze angielskojęzycznej) **i związanych z nimi łańcuchów Markowa**. Jest to bardzo obszerna klasa układów dynamicznych, szeroko badana na przestrzeni lat, posiadająca liczne zastosowania przy opisie różnorodnych procesów i zjawisk m.in. w biologii, genetyce i fizyce. Obiektem badań jest tu proces stochastyczny $\Psi := \big(Y(t), \xi(t)\big)_{t\geqslant 0}$ o wartościach w przestrzeni $X = Y \times I$, gdzie Y jest przestrzenią metryczną polską (a dokładniej, domkniętym podzbiorem pewnej ośrodkowej przestrzeni Banacha), a I jest skończonym zbiorem indeksów. Pierwsza składowa tego procesu ewoluuje poprzez skoki w losowych chwilach τ_n, $n \in \mathbb{N}$, które odpowiadają momentom kolejnych skoków w pewnym procesie Poissona o intensywności $\lambda > 0$, a dynamika pomiędzy dwoma sąsiednimi skokami jest określona przez półpotok $S_i : [0, \infty) \times Y \to Y$ wybrany losowo z pewnego skończonego zbioru $\{S_i : i \in I\}$ wszystkich dostępnych półpotoków. Losowy stan bezpośrednio po skoku zależy od stanu go poprzedzającego. Jego rozkład jest określony przez jądro probabilistyczne (jądro skoków) J wyznaczone przez pewną rodzinę transformacji ciągłych $\omega_\theta : Y \to Y$, $\theta \in \Theta$, które są wybierane w sposób losowy (Θ jest pewną przestrzenią topologiczną wyposażoną w miarę borelowską ϑ, a odpowiedni rozkład prawdopodobieństwa jest absolutnie ciągły względem tej miary). Druga składowa procesu

[1] Dla zachowania spójności, w recenzji odwołuję się do spisu literatury z autoreferatu.

Ψ określa indeks półpotoku, który jest „aktywny” w danej chwili czasowej t. Doskonały, bardzo informatywny, opis dynamiki PDMP Ψ został zamieszczony we wstępie oraz w rozdziale 2 pracy [H2] oraz w rozdziale 4.3.2 autoreferatu. Z procesem Ψ związany jest także jednorodny w czasie łańcuch Markowa $\Phi := \left(Y_n, \xi_n\right)_{n\in\mathbb{N}_0}$, ktory określa stany układu bezpośrednio po skokach. On także jest ważnym obiektem badań w rozpatrywanych pracach.

W rozdziale 2 pracy [H2] sformułowano założenia (A1)-(A5), dotyczące wspomnianych powyżej obiektów wejściowych, które definiują PDMP Ψ oraz łańcuch Φ, przy których udowodniono następujące rezultaty:

- istnienie i jednoznaczność niezmienniczej miary probabilistycznej oraz geometryczna ergodyczność łańcucha Φ w metryce Forteta-Mouriera [H2, twierdzenie 4.1];
- mocne prawo wielkich liczb dla łańcucha $f(\Phi)$, $f \in \mathcal{L}_b(X)$, względem rozkładu procesu startującego z dowolnego stanu $x \in X$ [H2, twierdzenie 4.3];
- jednoznaczna odpowiedniość pomiędzy niezmienniczymi miarami probabilistycznymi operatora przejścia łańcucha Φ oraz półgrupy przejścia PDMP Ψ [H2, twierdzenie 4.4] oraz wynikające z niej i z twierdzenia 4.1 istnienie i jednoznaczność takiej miary dla półgrupy przejścia PDMP Ψ [H2, wniosek 4.5];
- mocne prawo wielkich liczb dla procesu $f(\Psi)$, $f \in \mathcal{L}_b(X)$, względem rozkładu procesu startującego z dowolnego stanu $x \in X$ [H2, twierdzenie 4.7];

Zaznaczmy, że niemal wszystkie te wyniki wymagają dodatkowo pewnej kontroli stałych występujących w założeniach względem parametru λ, twierdzenie 4.7 nieznacznego wzmocnienia warunku (A2), a obydwa twierdzenia 4.4 i 4.7 oraz wniosek 4.5 dodatkowego założenia, że miara ϑ na Θ jest skończona. Dodajmy, że zasadność zestawu założeń (A1)-(A5) została szczegółowo omówiona w kontekście różnych przykładów i zastosowań w rodziale 3 pracy.

Rezultaty uzyskane w pracy [H2] są bardzo ciekawe i rozszerzają w znaczący sposób wiedzę dotyczącą własności ergodycznych PDMPs i związanych z nimi łańcuchów Markowa. Twierdzenie 4.1 mówi o geometrycznym tempie zbieżności, co jest kluczowe dla dalszych zastosowań. Chociaż uwagę zwraca tu przede wszystkim duża ogólność (motywowana rzeczywistymi zastosowaniami!), to wartość tych wyników polega także na tym, że są bardzo uniwersalne. Mogą być zastosowane do modeli o ogólnych polskich przestrzeniach stanów, dla których znane dotychczas narzędzia okazały się niewystarczające, ale jednocześnie można je zaaplikować do procesów o wartościach w podzbiorach przestrzeni euklidesowych. Takie dwa, ekstremalne w powyższym sensie, ciekawe przykłady zastosowań do analizy ekspresji genów zostały omówione w rozdziale 5 pracy.

Dowody twierdzeń w pracy [H2] są dość techniczne. Wymagają nie tylko dużej wiedzy i doskonałej orientacji w tematyce, ale przede wszystkim dobrych intuicji związanych z PDMPs, ponieważ jest to dość specyficzna klasa układów dynamicznych. Niektóre dowody wykorzystują lub adaptują rezultaty innych autorów. Dla przykładu, dowód twierdzenia 4.1 wykorzystuje w ciekawy sposób niedawny wynik R. Kapicy i M. Ślęczki [KS20, twierdzenie 2.1] (warunki wystarczające dla geometrycznej ergodyczności w sensie Forteta-Mouriera dla dużej klasy łańcuchów Markowa przy użyciu techniki sprzęgania prawdopodobieństw przejścia), a dowód twierdzenia 4.3 adaptuje podejście z pracy A. Shirikyana [Shi03] dotyczące łańcuchów Markowa o wartościach w przestrzeniach Hilberta. Chciałbym podkreślić, że rozumowania w pracy [H2] są prowadzone przejrzyście i z dużą starannością.

Artykuł [H3] dotyczy nieco prostrzego modelu PDMP, w którym rozpatrywany jest tylko jeden półpotok S, a jądro skoków J przyjmuje uproszczoną postać. Założenia dla tego modelu są zbliżone do tych z pracy [H2], ale wymagana jest dodatkowa gładkość półpotoku S względem czasu (zob. [H3, (3.3)-(3.9)]). Parametr λ przebiega teraz przedział $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, dla pewnych $\lambda_{\min}, \lambda_{\max} > 0$. Pierwszy główny rezultat tej pracy, twierdzenie 5.2, orzeka, że jedyna niezmiennicza miara probabilistyczna łańcucha Markowa, opisującego pozycje wyjściowego procesu tuż po skokach, jest „słabo” ciągła jako funkcja parametru $\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$. Drugi wynik, twierdzenie 5.3, wymagający dodatkowego założenia, że miara ϑ na Θ jest skończona, daje taką samą ciągłość w przypadku jedynej niezmienniczej miary probabilistycznej wyjściowego PDMP. Twierdzenie 5.3 jest konsekwencją twierdzenia 5.2, wspomnianego kilka linijek wyżej twierdzenia 4.4 i wniosku 4.5 z pracy [H2] oraz obserwacji, że słaba zbieżność rozważanych miar jest równoważna ich zbieżności w normie Forteta-Mouriera. Dowód twierdzenia 5.2 opiera się na serii ciekawych lematów pomocniczych 4.1, 4.2, 4.4, 4.5 (reprezentacja operatorów Markowa działających na miarach przy pomocy pewnych całek Bochnera, oszacowanie normy operatorowej, ciągłość i jednostajna względem λ asymptotyczna stabilność w sensie normy Forteta-Mouriera). Habilitantka podkreśla, że wyniki zaprezentowane w pracy [H3] mają znaczenie praktyczne, ponieważ potwierdzają lokalną stabilność procedury aproksymacji miar niezmienniczych względem λ i mogą znaleźć zastosowania. Uważam te rezultaty za bardzo wartościowe, ale praca [H3] podoba mi się także z powodów czysto matematycznych.

Prace [H4] i [H5], wspólne z D. Czaplą i K. Horbacz, są poświęcone pewnym wersjom **(funkcjonalnym) centralnego twierdzenia granicznego i prawa iterowanego logarytmu dla szerokiej klasy łańcuchów Markowa-Fellera o wartościach w przestrzeniach metrycznych polskich**. Zasadniczym krokiem prowadzącym do tych rezultatów jest uzyskanie odpowiedniego mieszania geometrycznego w metryce Forteta-Mouriera [H4, lemat 2.3], które stanowi wzmocnienie jednego z wyników pośrednich w dowodzie wspomnianego powyżej twierdzenia Kapicy i Ślęczki [KS20, twierdzenie 2.1]. To mieszanie zostało uzyskane przy założeniach (B0)-(B5) podanych na stronach 7-8 omawianej pracy, które wstępnie określają klasę rozważanych procesów. Zaznaczmy w tym miejscu, że rezultaty oraz techniki dowodowe zarówno w omawianych artykułach z cyklu prac powiązanych tematycznie, jak i [KS20] są zainspirowane podejściem zaproponowanym przez M. Hairera w pracy [Hai02], które opiera się na asymptotycznym sprzęganiu (ang. asymptotic coupling) procesów. Dowody w pracy [H5] wykorzystują także w istotny sposób techniki martyngałowe.

Główne wyniki dotyczą jednorodnych w czasie łańcuchów Markowa $(\phi_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ o wartościach w przestrzeni polskiej (X, ϱ), które spełniają założenia (B0)-(B5). Założenia te gwaratują istnienie i jednoznaczność niezmienniczej miary probabilistycznej μ_*. Twierdzenie 3.2 w [H4] orzeka, że łańcuch $(g(\phi_n))_{n\in\mathbb{N}_0}$ spełnia centralne twierdzenie graniczne, o ile $g \in \mathcal{L}_b(X)$. Ponadto, jeśli wyjściowy łańcuch startuje z rozkładu μ_*, to $(g(\phi_n))_{n\in\mathbb{N}_0}$ spełnia także funkcjonalne centralne twierdzenie graniczne (tzw. zasadę niezmienniczości Donskera). Szczegółowe definicje rozważanych tutaj zbieżności są podane na stronie 13 pracy [H4]. Twierdzenie 4.7 w [H5] mówi z kolei, że jeśli $(\phi_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ ma odpowiednio regularny rozkład początkowy, to taki łańcuch $(g(\phi_n))_{n\in\mathbb{N}_0}$ spełnia także funkcjonalną wersję prawa iterowanego logarytmu (tzw. zasadę niezmienniczości Strassena), opisaną szczegółowo na stronie 12 tej pracy. Zaznaczmy, że twierdzenie 3.2 wymaga wzmocnienia jedego ze wspomnianych założeń, (B1), do postaci [H4, (B1)' na str. 14] („kwadratowy” warunek Fostera-Lapunowa), podczas gdy twierdzenie 4.7 wymaga w tym miejscu dodatkowego założenia „wyższego rzędu” [H5, (B1*) na str. 12].

Podejście zaproponowane w omawianych pracach, oparte na wspomnianym powyżej warunku mieszania geometrycznego w metryce Forteta-Mouriera [H4, lemat 2.3], jest motywowane badaniami nad pewną klasą procesów stochastycznych, które znajdują bezpośrednie zastosowanie w biologii molekularnej. Chodzi tutaj rzecz jasna o łańcuchy Markowa związane z PDMPs, które były już rozważane w pracy [H2], zob. [H4, twierdzenie 4.1] oraz [H5, twierdzenie 5.2]. Jak wyjaśnia habilitantka, takie przykłady nie mogą być bezpośrednio analizowane przy pomocy dostępnych rezultatów pochodzących z innych istniejących prac. Wynika to z tego, że te bardziej klasyczne prace dotyczą zazwyczaj procesów o zwartych lub lokalnie zwartych przestrzeniach stanów, a część tych bardziej współczesnych, które wydają się bliższe, wymaga zbyt restrykcyjnej własności mieszania w metryce Wassersteina, która zależy od odległości między rozkładami początkowymi. Techniki wypracowane w [H4] i [H5] nie tylko dotyczą procesów o bardzo ogólnych przestrzeniach stanów, ale także pozwalają ominąć takie trudności w kontekście wspomnianych przykładów. Uważam to nowe podejście za bardzo udane i skuteczne, zaś same rezultaty uzyskane w pracach [H4] i [H5] za niezwykle ważne.

Przedmiotem badań w ostatniej części osiągnięcia, a więc w pracy [H6] napisanej wspólnie z K. Czudkiem i T. Szarkiem, jest **prawo iterowanego logarytmu dla losowych homeomorfizmów odcinka**. Dokładniej, chodzi o tzw. dopuszczalny (ang. admissible) system funkcji iterowanych $(f_1, \dots, f_N; p_1, \dots, p_N)$, który wyznacza operator Markowa $P : \mathcal{M}([0,1]) \to \mathcal{M}([0,1])$ dany wzorem

$$P\mu(A) = \sum_{i=1}^{N} p_i \mu(f_i^{-1}(A)), \quad \mu \in \mathcal{M}([0,1]), \quad A \in \mathcal{B}([0,1]),$$

gdzie $\mathcal{M}([0,1]$ oznacza zbiór skończonych miar na σ-algebrze $\mathcal{B}([0,1])$ wszystkich podzbiorów borelowskich przedziału $[0,1]$. Ze względu na ciągłość funkcji f_i, P jest operatorem Fellera. Artykuł [H6] odwołuje się do wcześniejszej pracy Czudka i Szarka [CS20], w której m.in. wykazano asymptotyczną stabilność na miarach niesionych przez $(0,1)$ oraz istnienie jedynej niezmienniczej miary probabilistycznej μ_* operatora P spełniającej $\mu_*((0,1)) = 1$.

Główny rezultat pracy [H6] to bardzo interesujące prawo iterowanego logarytmu dla procesu losowych iteracji funkcji f_i (związanego z operatorem Markowa P) obłożonego dowolną funkcją lipschitzowską (o zerowej średniej względem μ_*) i startującego z dowolnego punktu $x \in (0,1)$, oraz pośrednia wersja tego prawa dla procesu startującego z rozkładu μ_*. Obydwa te wyniki zostały zaprezentowane na stronie 50 omawianej pracy. Ich dowody oparte są na weryfikacji pewnego warunku wystarczającego z artykułu O. Zhao i M. Woodroofe'a [ZW08] i wykorzystują niektóre częściowe rezultaty z pracy [CS20].

Ocena osiągnięcia naukowego

Bardzo wysoko oceniam osiągnięcie naukowe przedstawione przez dr Hannę Wojewódkę-Ściążko. Habilitantka rozwiązała szereg trudnych problemów badawczych w obrębie aktywnej dziedziny matematyki leżącej na styku teorii prawdopodobieństwa i teorii ergodycznej. Część z nich dotyczy bardzo nietrywialnych i ważnych uogólnień fundamentalnych twierdzeń rachunku prawdopodobieństwa. Niektóre rezultaty mają charakter teoretyczny, a niektóre są motywowane specjalistycznymi i zaawansowanymi zastosowaniami. Te zastosowania są moim zdaniem również ważną komponentą ocenianego osiągnięcia. Na podkreślenie zasługuje także fakt, że większość wyników dotyczy procesów stochastycznych o bardzo ogólnych przestrzeniach stanów, co wiązało się z koniecznością opracowania nowych technik dowodowych. Jeśli chodzi o dowody głównych twierdzeń, to są one w dużej mierze zaawansowane technicznie i opierają się na ciekawych pomysłach. Muszę jednak zaznaczyć, że nie zawsze byłem w stanie właściwie ocenić skalę innowacyjności czy pomysłowości związaną z wkładem autorów, ponieważ jest ona często ukryta za technicznymi aspektami prowadzonych rozumowań. Moją uwagę zwróciła natomiast biegłość habilitantki w posługiwaniu sie różnymi narzędziami wykorzystywanymi w dowodach, a także doskonała znajomość literatury (zarówno w obrębie teorii, jak i zastosowań) i umiejętność twórczej adaptacji znanych technik dowodowych oraz łaczenia ich z własnymi koncepcjami. Po lekturze artykułów [H1]-[H6] oraz autoreferatu zaprezentowanego przez dr Wojewódkę-Ściążko jestem w pełni przekonany, że jest ona już dojrzałą i twórczą matematyczką o rozległej wiedzy i jasno określonych zamierzeniach badawczych na przyszłość. Przedstawione przez nią osiągnięcie naukowe stanowi znaczny wkład w rozwój teorii procesów stochastycznych, zarówno w zakresie nowych, ważnych rezultatów, jak i w metod badawczych.

Krótkie omówienie i ocena pozostałych osiągnięć i aktywności naukowej

Poza pracami [H1]-[H6] omówionymi powyżej, dorobek naukowy habillitantki stanowi 11 artykułów opublikowanych w czasopismach (z czego 3 powstały przed uzyskaniem stopnia doktora), 7 prac opublikowanych jako recenzowane materiały konferencyjne oraz 1 preprint, który jest dostępny w publicznej bazie arXiv. W swoim autoreferacie dr Wojewódka-Ściążko podała (za *Web of Science*), że jej artykuły były cytowane przez innych autorów 80 razy, co jest moim zdaniem wynikiem bardzo dobrym.

Prace [E1]-[E4] (wspólne z D. Czaplą i K. Horbacz, ostatnia także z S.C. Hille), opublikowane w bardzo dobrych czasopismach (dwie w *Nonlinear Analysis* i po jednej w *Stochastic Processes and their Applications* oraz *Qualitative Theory of Dynamical Systems*), a także preprint [N1] (wspólny z R. Kukulskim), nawiązują tematycznie do osiągnięcia naukowego. Dotyczą własności ergodycznych procesów Markowa z czasem ciągłym, w tym PDMPs, oraz e-własności dla asymptotycznie stabilnych półgrup Markowa. Rezultaty zaprezentowane w tych pracach również oceniam bardzo wysoko.

Istotną częścią aktywności naukowej dr Wojewódki-Ściążko są także badania niezwiązane z zagadnieniami omówionymi powyżej, obejmujące zastosowania metod probabilistycznych w teorii informacji kwantowej (generowanie liczb losowych, wzmacnianie losowości) oraz w teorii zasobów kwantowych. Są to prace [Q1]-[Q3] przygotowane we współpracy z międzynarodowym, inderdyscyplinarnym zespołem naukowców pod kierownictwem M. Horodeckiego oraz praca [R1] napisana wspólnie z K. Korzekwą i Z. Puchałą, obublikowane w bardzo cenionych czasopismach z teorii informacji i fizyki, tj. *IEEE Transactions on Information Theory*, *Physical Review Letters* oraz *Quantum*, a także multidyscyplinarnym *Nature Communications*. Rezultaty zawarte w tych artykułach zostały szczegółowo zaprezentowane w rozdziale 5 autoreferatu. Uważam tę część działalności habilitantki za niezwykle cenną. Obydwie te współprace zaowocowały uzyskaniem nowych, ważnych wyników, które są przecież bardzo odległe od tematyki doktoratu, a nawet omówionego powyżej osiągnięcia naukowego habilitantki. Co więcej, są one kontynuowane i rozwijane.

Chciałbym w tym miejscu także podkreślić, że sieć współpracy naukowej dr Wojewódki-Ściążko wygląda wręcz imponująco. Dotyczy to każdej tematyki badawczej, którą rozwija. Mam tu na myśli nie tylko współpracę z uznanymi ekspertami w Polsce, ale także liczne kontakty zagraniczne, potwierdzone zarówno wspólnymi pracami, jak i stażami naukowymi, liczymi wyjazdami studyjnymi i konsultacyjnymi do instytucji zagranicznych.

Na koniec chciałbym podać jeszcze kilka innych istotnych informacji dotyczących aktywności habilitantki. Dr Hanna Wojewódka-Ściążko brała udział w wielu grantach finansowanych przez NCN i FNP, w szczególności w latach 2018-2019 kierowała grantem MINIATURA NCN. Prezentowała wyniki swoich badań na ponad 30 konferencjach naukowych zagranicznych i krajowych, wielokrotnie na zaproszenie. Współorganizowała 3 konferencje. Wygłosiła wiele referatów na ważnych seminariach naukowych w różnych instytucjach naukowych w kraju, m.in. w IM PAN, IITiS PAN oraz na Uniwersytecie Jagiellońskim. Habilitantka posiada także duże doświadczenie dydaktyczne (zdobyte na kilku uczelniach) i w opiece nad pracami dyplomowymi oraz spore osiągnięcia w działalności popularyzującej naukę.

Konkluzja

Z mojej opinii jednoznacznie wynika, że zarówno osiągnięcie naukowe, jak i pozostały dorobek i aktywność naukowa habilitantki w pełni spełniają wymagania ustawowe do nadania stopnia naukowego doktora habilitowanego. **Dlatego gorąco popieram wniosek o nadanie stopnia doktora habilitowanego w dyscyplinie matematyka dr Hannie Wojewódce-Ściążko**.

KAMIL KALETA
Elektronicznie podpisany przez KAMIL KALETA
Data: 2024.04.10 12:49:46 +02'00'

Kamil Kaleta

Kamil Kaleta