

Recenzja
rozprawy habilitacyjnej i dorobku naukowego
doktor Hanny Wojewódka-Ściążko

Dr Hanna Wojewódka-Ściążko jest absolwentką Uniwersytetu Gdańskiego. Dyplom magistra matematyki uzyskała na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki, Uniwersytetu Gdańskiego w roku 2011. Stopień doktora nauk matematycznych został jej nadany przez wspomniany wyżej wydział w roku 2015. Jej rozprawa doktorska nosiła tytuł *"Ergodyczne własności pewnych stochastycznych układów dynamicznych."* Promotorem rozprawy był prof. dr hab. Tomasz Jakub Szarek.

A. Krótkie omówienie i ocena osiągnięcia naukowego

Głównym przedmiotem badań dr Hanny Wojewódki-Ściążko są własności ergodyczne procesów markowowskich. W szczególności mogą to być procesy generowane układami dynamicznymi, także z zaburzeniem stochastycznym. Jej badania dotyczą m. in. zagadnień istnienia i jednoznaczności niezmienniczych miar probabilistycznych dla takich układów, problemu równości asymptotycznej stabilności odpowiednich półgrup Markowa oraz twierdzeń granicznych dla funkcjonalów od takich procesów. Warto podkreślić, iż przestrzeń stanów w rozpatrywanych przez nią problemach może być przestrzenią metryczną polską (t.j. zupełną i ośrodkową) niekoniecznie lokalnie zwartą.

Przejdę teraz do omówienia przedstawionego mi do oceny osiągnięcia naukowego. W pracy [H1] badana jest zależność pomiędzy asymptotyczną stabilnością, a e -własnością operatora Markowa działającego na miarach zdefiniowanych na polskich przestrzeniach metrycznych. Wprowadzona przez prof. A. Lasotę i T. Szarka ([LS06]) dla dyskretnych łańcuchów oraz T. Komorowskiego, S. Peszata i T. Szarka [KPS10], w przypadku procesów z czasem ciągłym, e -własność jest istotna dla dowodu istnienia i jednoznaczności probabilistycznej miary niezmienniczej dla łańcucha (procesu) Markowa. Własność ta oznacza, iż półgrupa przejścia działająca na funkcji ciągłej i ograniczonej jest równociągła w przestrzeni stanów odpowiedniego łańcucha (lub procesu) Markowa, względem parametru czasowego. Definicja ta w oczywisty sposób może być zawężona do dowolnego podzbioru przestrzeni stanów.

Terminologia używana przez habilitantkę różni się nieco od tej, którą stosuje się w probabilistyce. Operatory Markowa w jej rozumieniu, są operatorami dualnymi do operatorów przejścia odpowiadających łańcuchowi (lub procesowi) Markowa. W artykule dowodzi się, patrz Theorem 3.1 (numeracja z pracy [H1]), iż operator Markowa-Fellera asymptotycznie stabilny, w sensie słabej zbieżności rozkładów, ma e -własność na podzbiorze przestrzeni stanów będącym dopełnieniem

zbioru pierwszej kategorii (t.j. zbioru, który można przedstawić w postaci przeliczalnej sumy zbiorów nigdziegęstych). W Theorem 3.5, pokazuje się, iż w klasie asymptotycznie stabilnych operatorów Markowa-Fellera dla globalnej e-własności potrzeba i wystarcza aby zachodziła ona w chociaż jednym punkcie należącym do nośnika (jedynej) miary niezmienniczej. Twierdzenie to uogólnia wcześniejszy wynik należący do S. C. Hille'a, T. Szarka i M. Zeimlańskiej z pracy [HSZ17], o tym, że asymptotycznie stabilne operatory Markowa-Fellera posiadają e-własność, o ile nośnik miary niezmienniczej ma niepuste wnętrze.

Praca [H2] dotyczy zagadnienia asymptotycznej stabilności skokowego procesu Markowa z czasem ciągłym przyjmującego wartości w przestrzeni polskiej. Czasy skoków zadane są przez proces Poissona o zadanej intensywności $\lambda > 0$, zaś wielkości skoków zależą od czasu oczekiwania na skok, patrz autoreferat. W Twierdzeniu 4.4 (numeracja z autoreferatu) pokazano, iż przy założeniach (M1)-(M5) oraz (19), dyskretny łańcuch odpowiadający temu procesowi (czasami nazywany szkieletem procesu) jest asymptotycznie stabilny w metryce Fortet-Mouriera. Wynik ten przekłada się na stabilność procesu z czasem ciągłym, patrz Twierdzenie 4.6. Podstawowym narzędziem użytym w dowodzie jest tzw metoda *asymptotycznego couplingu* (habilitantka używa terminu *asymptotyczne sprzężanie*). Jako konsekwencję z powyższych rezultatów dostaje się mocne prawo wielkich liczb dla addytywnych funkcyjonałów od procesu, zarówno w wersji z czasem ciągłym (dla procesu Markowa), jak też z czasem dyskretnym (dla szkieletowego łańcucha Markowa), patrz odpowiednio Twierdzenia 4.7 i 4.5, pod warunkiem, iż obserwabla łańcucha (procesu) jest funkcją lipszycowską na przestrzeni stanów. Jako oczywisty wniosek z geometrycznej ergodyczności procesu, patrz Wniosek 4.1 wraz Twierdzeniem 4.6, zarówno łańcuch Markowa jak też odpowiadający mu proces posiadają jedyną miarę niezmienniczą. W pracy [H3] habilitantka bada zależność tej miary od parametru intensywności λ skoków procesu. Okazuje się, patrz Twierdzenia 4.8 i 4.9, iż odwzorowania $\lambda \mapsto \mu_*^{\Phi, \lambda}$ oraz odpowiednio $\mu_*^{\Psi, \lambda}$, przyporządkowujące intensywności λ procesu Poissona miarę niezmienniczą dla łańcucha szkieletowego oraz odpowiednio taką miarę dla procesu Markowa z czasem ciągłym, są ciągłe w słabej topologii zbieżności miar probabilistycznych, jeśli tylko parametr intensywności pozostaje w dopuszczalnym zakresie, patrz warunek (21). Warto tu zauważyć, że łańcuch Markowa dany przez szkielet procesu także zależy od długości czasów skoku, patrz wzory (1) i (2) na str 11 autoreferatu.

Prace [H4] i [H5] dotyczą zagadnienia centralnego twierdzenia granicznego oraz prawa iterowanego logarytmu dla addytywnych funkcyjonałów od łańcuchów Markowa o wartościach w przestrzeni polskiej, startujących z dowolnego stanu początkowego. Oznacza to, iż badany przez habilitantkę łańcuch na ogół nie startuje ze stanu stacjonarnego. Centralne twierdzenie graniczne (CTG)

sformułowane w Theorem 3.2 pracy [H4] dotyczy addytywnych funkcjonałów od lipszycowskich obserwabli, dla pewnej klasy łańcuchów Markowa. Łańcuchy te spełniają warunki dostateczne dla geometrycznej ergodyczności w sensie metryki Fortet-Mouriera na miarach, patrz Theorem 2.1 z omawianej pracy [H4]. Dowód CTG jest prowadzony metodą martyngałową. Wymaga wykazania stabilności funkcjonału od łańcucha w metryce Fortet-Mouriera, patrz warunek (3.6), pracy [H4] i zastosowania CTG Maxwella-Woodroofe'a dla stacjonarnej wersji łańcucha (Lemma 3.1, *ibid.*). Poprzez aproksymację martyngałową oraz użycie funkcjonalnej wersji prawa iterowanego logarytmu dla martyngałów z pracy Heyde i Scotta (patrz praca [10] na liście publikacji w [H5]) w pracy [H5] pokazuje się funkcjonalną wersję prawa iterowanego logarytmu, patrz Theorem 4.7.

W pracy [H6] rozważany jest iterowany układ funkcji (ang. *iterated function system*, IFS) generowany przez homeomorfizmy zachowujące orientację na przedziale $[0, 1]$. Układ taki generuje łańcuch fellerowski Markowa o funkcjach przejścia danych wzorem (15). Praca dotyczy tzw. wersji *quenched*, względem warunku początkowego, prawa iterowanego logarytmu dla addytywnych funkcjonałów od lipszycowskich obserwabli łańcucha. Jest ona naturalnym dopełnieniem artykułu K. Czudka i T. Szarka [CS20], w którym pokazano wersję *quenched* centralnego twierdzenia granicznego dla takich łańcuchów.

Podsumowanie. Podsumowując tę część mojej recenzji stwierdzam, iż wrażenie jakie odniosłem po zapoznaniu się z osiągnięciem naukowym dr H. Wojewódki-Ściążko jest bardzo pozytywne. Habilitantka z całą pewnością świetnie operuje technikami zapoczątkowanymi przez profesorów A. Lasotę oraz Tomasza Szarka, a potem rozwiniętymi przez uczniów prof. T. Szarka, do których zalicza się także dr H. Wojewódka-Ściążko. Autoreferat dowodzi, że autorka bardzo dobrze orientuje się w literaturze dotyczącej uprawianej przez nią tematyki. Dr H. Wojewódka-Ściążko w sposób twórczy adaptuje w swoich dowodach techniki wprowadzone przez takich matematyków jak np. M. Hairer, J. Mattingly czy też A. Shirikyan. Cytuje także wszystkie ważne prace, które ukazały się ostatnio i zajmują się problematyką habilitantki. Dowody wyników zawartych w pracach [H1]-[H6] są nietrywialne i, moim zdaniem, bardzo pomysłowe. Zawierają szereg nietypowych i czasami zaskakujących rozumowań, patrz np. dowód prawa iterowanego logarytmu w pracy [H5]. Sprawdzenie możliwości zastosowania martyngałowej wersji tego prawa z książki Hall, P. and Heyde, C.C., [HH80] wymagało pokazania szeregu pomocniczych faktów, patrz Lemma 4.1- 4.5. Dowody tych lematów są niestandardowe i świadczą o tym, iż habilitantka doskonale opanowała techniki

stosowane w tej teorii. Warto także podkreślić, iż tematyka omówionych prac jest motywowana zastosowaniami, głównie pochodzącymi z pewnych matematycznych modeli używanych w biologii, patrz np Sekcja 5.2 pracy [H2] oraz Sekcja 5 pracy [H5].

Jedyną rzeczą, której mi nieco zabrakło, to samodzielny artykuł habilitantki. Wszystkie prace składające się na osiągnięcie są współautorskie, cztery z dwoma współautorami i po jednym artykule z trzema i jednym współautorem. Praca samodzielna na pewno umocniłaby moje przekonanie co do faktu, iż dr Hanna Wojewódka-Ściążko jest już w pełni samodzielnym matematykiem, zdolnym budować wokół siebie własną grupę badawczą. Należy tutaj jednak dodać, iż współautorem pracy [H1] był magistrant habilitantki. Tak więc nadzieja na to, że dr Hanna Wojewódka-Ściążko posiada umiejętność kształcenia młodej kadry naukowej wydaje się być oparta na dobrych przesłankach.

Na koniec pragnę jeszcze raz podkreślić, iż nie mam wątpliwości co do tego, że osiągnięcie naukowe habilitantki spełnia zwyczajowe oraz ustawowe wymogi stawiane w procedurze habilitacyjnej.

B. Ocena pozostałego dorobku naukowego.

Prace dr Hanny Wojewódki-Ściążko, które nie weszły w skład jej habilitacji, można podzielić na dwie grupy:

- artykuły związane z tematyką osiągnięcia naukowego, zawierające wyniki dotyczące własności ergodycznych procesów Markowa o wartościach w przestrzeniach polskich.
- artykuły dotyczące tzw zagadnienia wzmacniania losowości, ang. *randomness amplification*

Pierwszą grupę prac stanowi 7 artykułów opublikowanych w dobrych czasopismach o zasięgu międzynarodowym. W drugiej grupie znajdują się 3 prace inspirowane problematyką pochodzącą z kwantowej teorii informacji (zagadnienie wzmacniania losowości, ang. *randomness amplification*).

Jeśli chodzi o dotychczasowe zatrudnienie, to w trakcie studiów doktoranckich oraz krótko po ich ukończeniu, habilitantka pracowała na części etatu na Politechnice Gdańskiej oraz w Krajowym Centrum Informatyki Kwantowej w Gdańsku. Od roku 2016 jest zatrudniona na pełnym etacie w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach. Ponadto w latach 2019-2023 pracował także na części etatu w Instytucie Informatyki Teoretycznej i Stosowanej Polskiej Akademii Nauk w Gliwicach.

Dr Hanna Wojewódka-Ściążko odbyła 3 krótkoterminowe (jeden 3 mies. oraz dwa miesięczne) staże naukowe w Instytucie Matematyki Uniwersytetu w Lejdzie w Holandii oraz miesięczny staż naukowy w Instytucie Henri Poincaré w Paryżu.

Habilitantka była wykonawcą w czterech grantach: dwóch z NCN (SONATA i OPUS), jednym Fundacji Nauki Polskiej oraz jednym z Unii Europejskiej (RAQUEL). Kierowała własnym grantem NCN, Miniatura. Ponadto kierowała trzema lokalnymi grantami na Uniwersytecie Śląskim oraz jednym (jako doktorantka) na Uniwersytecie Gdańskim.

B. 2 Dane bibliometryczne

Dorobek naukowy dr Hanny Wojewódki-Ściążko stanowią 23 artykuły. Spośród nich 7 zostało opublikowanych w materiałach pokonferencyjnych. Po doktoracie habilitantka opublikowała 13 prac w czasopismach. Ponadto opublikowała ona 3 prace powstałe jeszcze przed doktoratem. Dane te pochodzą z autoreferatu. Baza danych MathSciNet, obejmująca dziedziny związane z naukami matematycznymi, wskazuje, iż dr Hanna Wojewódka-Ściążko opublikowała 14 artykułów (baza ta nie uwzględnia wszystkich czasopism z nauk fizycznych, w których habilitantka także publikowała). Jeśli chodzi o cytowania, to za wspomnianą wyżej bazą MathSciNet, wyniki prac, których współautorką była dr Wojewódka-Ściążko, cytowane były 59 razy w 30 publikacjach. W moim przekonaniu jest to dobry wynik. Czasopisma, w których publikowała habilitantka są dobrymi czasopismami o zasięgu międzynarodowym. Wśród nich wymienić można m. in.: *Asymptotic Analysis* (2 artykuły), *Israel Journal of Mathematics* (1 artykuł), *Stochastic Processes and Applications* (2 artykuły), *Nonlinear Analysis* (1 artykuł), *Sensors* (1 artykuł), *Journal of Mathematical Analysis* (2 artykuły).

C. Konkluzja.

Z pełnym przekonaniem uważam, iż zarówno przedstawione mi do oceny osiągnięcie naukowe jak i pozostały dorobek naukowy habilitantki spełniają zarówno ustawowe jak też i zwyczajowe wymogi do nadania stopnia doktora habilitowanego.

Popieram więc wniosek o nadanie doktor Hannie Wojewódce-Ściążko stopnia doktora habilitowanego.

Lublin, 11 kwietnia, 2024 r.

Tomasz Komorowski