

Kawałkami deterministyczne procesy Markowa w złożonych modelach biofizycznych

Aby przeżyć, bakterie stosują rozmaite strategie przetrwania w surowych warunkach środowiskowych. Jedną z tych strategii jest wytwarzanie przez nie specjalnego antybiotyku, który ma na celu pomóc im wygrać z konkurencyjnymi mikroorganizmami. Bakterie znane jako *Bacillus subtilis* produkują subtylinę - antybiotyk, którego produkcja przebiega w kilku fazach. Dokładny opis biologiczny jest w rzeczywistości niezwykle złożony, tu bierzemy pod uwagę aż 5 zmiennych: wielkość populacji bakterii *Bacillus subtilis* oznaczoną przez D , poziom koncentracji pożywienia X oraz poziomy koncentracji molekuł trzech białek: SigH, SpaRK i SpaS, których dynamika jest opisywana przez następujący układ równań:

$$\begin{cases} \frac{dD}{dt} = rD(1 - \frac{D}{D_\infty}), & D_\infty = \min\{\frac{X}{X_0}, D_{\max}\} \\ \frac{dX}{dt} = -k_1D + k_2[\text{SpaS}] \\ \frac{d\text{SigH}}{dt} = \chi_{(-\infty, \eta D_{\max})} k_3 - \lambda_1 \text{SigH} \\ \frac{d\text{SpaRK}}{dt} = \gamma_1 k_4 - \lambda_4 \text{SpaRK} \\ \frac{d\text{SpaS}}{dt} = \gamma_2 k_5 - \lambda_5 \text{SpaS}, \end{cases}$$

Pierwsze z równań modeluje wzrost populacji bakterii, a drugie zużycie i produkcję pożywienia. Zauważmy, że subtylina zwiększa dostęp do pożywienia poprzez zmniejszenie konkurencji innych gatunków. Pozostałe trzy równania regulują produkcję subtyliny. Występują w nich, oprócz samej subtyliny, dwa białka, które wpływają na włączanie i wyłączenie produkcji subtyliny. Mamy tu do czynienia z przełącznikami, działającymi losowo i zależnymi od koncentracji białek oraz z przełącznikiem deterministycznym obecnym w trzecim równaniu, który zależy od poziomu pożywienia. W rezultacie otrzymujemy dość złożony kawałkami deterministyczny proces Markowa. Naszym celem jest zbadanie asymptotyki długoczasowej tego procesu. W szczególności, chcemy zbadać czy istnieje rozkład stacjonarny, zbieżność innych rozkładów do tego rozkładu w normie całkowitego wahania oraz własności rozkładu stacjonarnego. Będziemy posługiwać się różnymi metodami z teorii procesów stochastycznych oraz teorii półgrup operatorów. Celem projektu opisanego we wniosku, którym ma być wyjazd na konferencję *From Molecular Basis to Predictability and Control of Evolution* w Sztokholmie w dniach od 30.06.2019 do 15.07.2019 jest nawiązanie dialogu zarówno z początkującymi, jak i uznanymi naukowcami w dziedzinie biologii matematycznej i próba stworzenia wspólnego frontu badań nad asymptotyką długoczasową tego nietrywialnego modelu. Konsekwencją podjętych działań będzie złożenie wniosku do Narodowego Centrum Nauki w konkursie OPUS, trwającym w okresie bezpośrednio po zakończeniu konferencji.

Andrzej Tomski

INSTYTUT MATEMATYKI, UNIwersytet ŚLĄSKI, UL. BANKOWA 14, 40-007 KATOWICE, POLSKA
Email address: andrzej.tomski@us.edu.pl