

Aleksander Błaszczyk

# TOPOLOGIA



 PWN

# Spis treści

<b>Wstęp</b>	1
<b>Rozdział 1. Przestrzenie topologiczne</b>	3
1. Generowanie topologii, bazy i podbazy	3
2. Metryka, wnętrze i domknięcie zbioru	16
3. Funkcje ciągłe, homeomorfizmy	31
4. Zbiory gęste, rodziny zbiorów parami rozłącznych	40
5. Iloczyn kartezjański przestrzeni topologicznych	45
6. Grupy topologiczne, przestrzenie jednorodnie	53
7. Przestrzenie zwarte, lemat Alexandera	58
8. Przestrzenie regularne i normalne	71
9. Zbiory nigdziegęste, zbiory typu $F_\sigma$ i $G_\delta$ , zbiory Cantora	82
10. Produkty przestrzeni topologicznych, kostki Cantora, kostki Tichonowa	96
11. Przestrzenie Tichonowa, twierdzenie o zanurzaniu	106
12. Granice odwrotne przestrzeni topologicznych	114
13. Komentarze i uzupełnienia: Topologiczny dowód zasadniczego twierdzenia algebry • Funkcje peanowskie • Funkcje ciągłe a przestrzenie regularne • Niezmienniki kardynalne • Krata topologii	124
<b>Rozdział 2. Metryzowalność</b>	141
1. Metryki w iloczynie kartezjańskim i produkcie, przestrzeń $\mathbf{B}(\kappa)$	141
2. Metryki w przestrzeniach $\mathbf{C}^*(\mathbf{X})$ oraz $\mathbf{exp}(\mathbf{X})$ i $\mathbb{J}(\kappa)$	153
3. Twierdzenia metryzacyjne, lemat Stone'a, twierdzenie Binga–Nagaty–Smirnowa, twierdzenie Kowalsky'ego	166
4. Przestrzenie parazwarte i własność Lindelöfa	178
5. Funkcje wielowartościowe, twierdzenie Michaela o selekcji	185
6. Kolektywna normalność i monotoniczna normalność	188
7. Przestrzenie Moore'a, twierdzenie metryzacyjne Binga	193
8. Struktury jednostajne, pseudometryki, twierdzenia Tukeya i Weila, jednostajności w grupach topologicznych	197
9. Bazy jednostajności, twierdzenia metryzacyjne Aleksandrowa–Urysohna i Birkhoffa–Kakutaniego	207
10. Pokrycia jednostajne, związki z parazwartością	210

11. Komentarze i uzupełnienia: Wymierna przestrzeń uniwersalna Urysohna • Lemat van Douwena o bazach • Superzwartość przestrzeni metrycznych zwartych • Przestrzenie monotonicznie normalne • Przestrzenie liniowo topologiczne	218
<b>Rozdział 3. Zwartość</b>	<b>239</b>
1. Rozszerzenie Čecha–Stone’a	239
2. Przestrzenie ekstremalnie niespójne, $\mathbf{F}$ -przestrzenie	250
3. Ciągowa zwartość i przeliczalna zwartość	263
4. Przestrzenie pseudozwarte i twierdzenie Glicksberga	270
5. Przestrzenie Hewitta a rozszerzenie Čecha–Stone’a	281
6. Kostki Cantora i przestrzenie diadyczne, twierdzenie Jefimowa	286
7. Odwzorowania na kostki, twierdzenie Szapirowskiego	300
8. Przestrzenie Dugundjiego, twierdzenie Haydona	308
9. Przestrzeń $\beta\mathbb{N} \setminus \mathbb{N}$ , twierdzenia Parowiczenki	324
10. Komentarze i uzupełnienia: Odwzorowania doskonałe • Hipoteza Jefimowa • Reprezentacje topologiczne krat i algebr Boole’a • Przestrzenie Gleasona • Przestrzenie sztywne • Układy dynamiczne • Przestrzeń $\exp(\mathbf{X})$ dla zwartych $X$ • Pseudozwartość przestrzeni $X$ a przestrzeń $\beta X$	337
<b>Rozdział 4. Zupełność</b>	<b>367</b>
1. Przestrzenie metryczne zupełne	367
2. Metryzowalność w sposób zupełny, zupełność w sensie Čecha, twierdzenie Namioki	377
3. Przestrzenie polskie, charakteryzacja przestrzeni $\mathbf{B}(\omega)$	389
4. Zbiory borelowskie, funkcje borelowskie, własność Baire’a, twierdzenie Lebesgue’a–Hausdorffa	396
5. Topologia eksponencjalna w przestrzeni $[\mathbb{N}]^\omega$ , własność Ramsey’a, twierdzenie Ellentucka	409
6. Przestrzenie Baire’a, twierdzenie Kuratowskiego–Ulama, własność Blumberga	415
7. Przestrzenie funkcyjne, topologia zbieżności punktowej w przestrzeń $C_p(\mathbf{X})$ , twierdzenie Rosenthala	423
8. Gry topologiczne, gra Banacha–Mazura, gra Choqueta	432
9. Komentarze i uzupełnienia: Uniwersalna przestrzeń polska • Twierdzenie Hurewicza • Zupełność w sensie Dieudonnégo • Funkcje pierwszej klasy Baire’a, kompaktzy Rosenthala	441
<b>Rozdział 5. Spójność</b>	<b>455</b>
1. Spójność w ogólnych przestrzeniach topologicznych	455
2. Zbiory rozspajające, składowe i quasi-składowe, rodzaje niespójności	462
3. Kontinua, twierdzenie Moore’a, charakteryzacja topologiczna odcinka i okręgu	471

4.	Kontinua nierozkładalne, kompozanty, twierdzenie Mazurkiewicza	480
5.	Przestrzenie lokalnie spójne, twierdzenie Hahna–Mazurkiewicza	486
6.	Komentarze i uzupełnienia: Osobliwe przestrzenie spójne (topologia Golomba i topologia Kircha) • Kompozanty w kontinuumach niemetryzowalnych • Odwzorowania ciągle kontinuum $\beta[0, \infty) \setminus [0, \infty)$	493
Rozdział 6. <b>Dodatek</b>		501
1.	Zbiory	501
2.	Liczby porządkowe	512
3.	Liczby kardynalne	524
Bibliografia		551
Skorowidz		571
Spis symboli		579
Spis nazwisk		583